

Methoden der Digitalen Signalverarbeitung in der Bildverarbeitung und Mustererkennung

Hans Burkhardt

Arbeitsbereich Technische Informatik I
Technische Universität Hamburg-Harburg
Postfach 901403, D-2100 Hamburg 90

Kurzfassung

Die eindimensionale digitale Signalverarbeitung und Systemtheorie war schon immer Quelle vieler Anregungen für die digitale Bildverarbeitung und Mustererkennung. In der vorliegenden Übersicht werden neuere Beispiele für den Methodentransfer aufgezeigt. Die Ausführungen erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit, sie sollen vielmehr als exemplarische Anregungen verstanden werden.

1. Einleitung

In den letzten Jahren gab es einige interessante, neue Ansätze und Lösungen im Bereich der digitalen Signalverarbeitung. Man versucht, mit zunehmend komplexeren Modellen und unter Einbeziehung von zusätzlichen A-priori-Kenntnissen höheren Anforderungen gerecht zu werden. So begnügt man sich z.B. nicht mehr mit der Güte linearer, zeitinvarianter frequenzselektiver Filter bei der Sprachverarbeitung oder mit dem Gewinn linearer Entzerrungsfiler (equalizer) bei digitalen Kommunikationsproblemen. Mit wachsender Modell- und Signalkomplexität steigen die Ansprüche an das mathematische Handwerkszeug. Entsprechend aufwendig sind dann häufig auch die gewonnenen Lösungen. Die Fortschritte der Mikroelektronik bieten jedoch in zunehmendem Maße die Möglichkeit, aufwendigere Verfahren kostengünstig zu realisieren.

Die Verwandtschaft von Aufgaben der Bildverarbeitung und Mustererkennung mit klassischen Fragestellungen der Signalverarbeitung, wie etwa der Schätz- und Detektionstheorie, ist offenkundig. Dem Betrachter oder dem technischen Bildsensor offenbaren sich die tatsächlichen Verhältnisse einer Szene nur verfälscht. Das Originalbild x wird durch einen Operator A beeinflusst, welcher alle Unvollkommenheiten des Bildsensors oder der Aufnahmetechnik wie Dispersion, Projektion, Okklusion beschreibt, und ist i.a. zusätzlich von zufälligen additiven Störungen überlagert (Bild 1):

$$z = A(x) + n = y + n. \quad (1)$$

Es stellt sich die Frage nach der Existenz von A^{-1} . Ein Teil des Originalsignals ist i.a. unwiederbringlich verlorengegangen, selbst durch so einfache Verhältnisse wie etwa lineare Dispersionen, welche eine Abbildung auf einen Unterraum $\mathcal{R}(A)$ realisieren. Der Wertebereich von A erlaubt i.a. nur die Rekonstruktion eines Teils der Originalverhältnisse, der Rest ist beliebig mehrdeutig (Bild 2). Aufgrund von a priori bekannten Einschränkungen erfüllt das Originalsignal häufig zusätzliche Nebenbedingungen

$$x = C(x), \quad (2)$$

wobei x als Fixpunkt des Operators C bezeichnet wird. Das zulässige Originalbild hat z.B. nur positive Intensitäten, es ist zeit- oder ortsbegrenzt, oder es besitzt nur einen diskreten Wertevorrat. Durch die Beachtung der Einschränkung C gelingt es jedoch, die Mehrdeutigkeit oder den Defekt der Abbildung A zu reduzieren. Mathematisch führt dies häufig auf sehr aufwendige

Verfahren, wie etwa lineare, quadratische oder dynamische Optimierung oder auch auf iterative Verfahren. So müssen also aufbauend auf Beobachtungen in einem Signalraum Z , welche die Verhältnisse eines Originalraums X auf Grund dispersiver und stochastischer Einflüsse des Meß- (Bild-)aufnehmers nur unvollkommen wiedergeben, optimale Entscheidungen bezüglich der Originalverhältnisse getroffen werden. Bei einem vollbesetzten Signalraum handelt es sich um eine Schätzaufgabe. Sind nur endlich viele, diskrete Signale in X zugelassen, so spricht man von einem Signaldetektionsproblem. Läßt man im Originalraum nur endlich viele Bedeutungs- oder Äquivalenzklassen zu, so hat man ein Problem der Mustererkennung. Dabei werden die Äquivalenzklassen häufig durch die Bewegungen in der Ebene oder im Raum gebildet.

Der Übergang von der eindimensionalen zur zweidimensionalen Signalverarbeitung ist keineswegs trivial. Es treten grundsätzlich neue Phänomene auf, welche einer vertieften Behandlung bedürfen. Grundlegende Eigenschaften wie z.B. Kausalität und Stabilität müssen neu überdacht werden. Selbst die am weitesten entwickelten Bereiche der linearen Systemtheorie und des Filterentwurfes sind nicht abgeschlossen. Die Tatsache, daß multidimensionale Polynome im Gegensatz zu eindimensionalen i.a. nicht faktorisiert sind, erlaubt keine einfache methodische Verallgemeinerung vom Ein- auf das Zweidimensionale.

2. Modellgestützte Bildverarbeitung

Gelingt es, komplexe Signalverläufe oder Bildinhalte mit Hilfe von mathematisch beherrschbaren, einfachen Modellen zu beschreiben oder zu approximieren, so ist das in vielerlei Hinsicht vorteilhaft. Man erhält i.a. eine drastische Merkmalsreduktion auf wenige Parameter. Modellangepaßte Verfahren können algorithmisch und gerätetechnisch dementsprechend kompakt realisiert werden, und man erhält eine leichtere Zugänglichkeit zur mathematischen Aufbereitung und zur systemtheoretischen Beschreibung. Als Konsequenz ergeben sich entsprechend modellangepaßte, parametrische Verfahren zur Bildverarbeitung, zur Segmentation, zur Objektdetektion bis hin zur Signalklassifikation und Mustererkennung ([1]).

Lineare Modelle ([1],[2],[3]) liefern dabei einen wertvollen Beitrag, da aufgrund der systemtheoretischen Durchdringung bewährte Methoden mit wohlkalkulierbarem Einsatzspektrum zur Verfügung stehen. Entsprechend leistungsfähig sind auch die Verfahren für den Entwurf von digitalen Filtern. Nachteilig ist die starke strukturelle Einschränkung linearer Modelle, welche die Anwendung auf komplexere Probleme der Bildverarbeitung und Mustererkennung einschränkt. Ein dominantes Anwendungsgebiet ist die Bildvorverarbeitung mit dem Ziel der Störunterdrückung sowie die Merkmalsextraktion, wie etwa die Hervorhebung von Kanten.

Die in der Nachrichtentechnik erarbeitete Optimalfiltertheorie (Matched-Filter, Wiener-Filter, Kalman-Filter) wurde systematisch auf die zweidimensionale Bildverarbeitung übertragen. Da bei endlichen Bildausschnitten die häufig in der Nachrichtentechnik vorausgesetzten Stationaritätsannahmen nicht zutreffen, gewinnen insbesondere instationäre Ansätze an Bedeutung. Das Kalman-Filter wird dem Wiener-Filter vorgezogen und bei Spektralschätzungen gewinnen modellgestützte Verfahren zunehmend an Bedeutung gegenüber den Auswertungen von gemittelten Periodogrammen ([4]).

Die modellgestützte Bilddatenkompression wird insbesondere bei der Fernsehbildkodierung eingesetzt ([5]). Verfahren der optimalen Sprachkodierung sowie Methoden zur modelladaptiven Identifikation von Prozessen und Übertragungssystemen aus dem Bereich der Regelungs- und Nachrichtentechnik standen hier sicherlich Pate. Typische Beispiele sind die Vektorquantisierung und die Transformationskodierung sowie der Einsatz der Rate-Distortion-Theorie zur Güteberechnung ([6]). Einparametrische Schätzverfahren zur Laufzeitschätzung eindimensionaler Signale konnten erweitert werden auf das Mehrparameterproblem der räumlichen Bewegungsschätzung bei zweidimensionalen Bilddatensequenzen ([7],[8]).

Diskrete Markovprozesse bilden einen sehr allgemeinen, leistungsfähigen Rahmen zur stochastischen Modellbildung. Der Markovprozess wird charakterisiert durch die Eigenschaft, daß die

Wahrscheinlichkeit, sich in einem Zustand x_{k+1} zu befinden, nur vom unmittelbar vorhergehenden Zustand x_k abhängt und unabhängig ist von allen vergangenen Zuständen $\{x_0, x_1, \dots, x_{k-1}\}$:

$$P(x_{k+1}|x_k, \dots, x_1, x_0) = P(x_{k+1}|x_k). \quad (3)$$

Diese Zustände werden im Zeitbereich durch sich überlappende Zeitsegmente charakterisiert. Im zweidimensionalen Ortsbereich sind eine Vielzahl von sich teilweise überdeckenden Zustandsgebieten denkbar (Bild 3). Damit lassen sich lineare, nichtlineare sowie zeit- und ortsvariante Modelle formulieren. Einzige Voraussetzung ist die lokal begrenzte Einflußsphäre des Prozesses. Markovmodelle gewinnen zunehmend an Bedeutung zur Beschreibung der inneren, deterministischen und stochastischen Kontextabhängigkeiten z.B. bei Sprache, Text, Kommunikationskanälen, Bildzusammenhängen, Bildstörungen und Objektkonturen.

Man erzielte gute Ergebnisse bei der modellgestützten Klassifikation von Texturen auf der Basis von AR- und Markovmodellen ([1],[9],[10]), sowie zur Entdeckung von Unregelmäßigkeiten, z.B. in Anwendungen der Fernerkundung.

Die bekannten translatorischen Invarianzeigenschaften des Leistungsspektrums bzw. der Autokorrelierten wurden auf die lageinvariante spektrale Modellierung von Konturen übertragen. Dabei können die Konturen von Objekten als komplexe, bzgl. des Umfangs periodische Funktionen beschrieben und mit Hilfe der Fourierzerlegung spektral interpretiert werden. Darauf aufbauend gelang es, durch nichtlineare Nachverarbeitung der Fourierkoeffizienten vollständige Invarianten zur translations-, rotations-, vergrößerungs- und aufpunktinvarianten Klassifikation von Objekten abzuleiten ([11],[12]). Dieser Gedanke konnte auf die affininvariante Objekterkennung erweitert werden, wodurch zusätzlich die beiden Freiheitsgrade für die Scherung berücksichtigt werden ([13]). Bild 4a zeigt ein affines Musterpaar mit verschwindenden Unterschieden in den Fourierdeskriptorinvarianten, bei Bild 4b kommt die Zugehörigkeit zu verschiedenen Äquivalenzklassen in den Merkmalen deutlich zum Ausdruck.

3. Dynamische Programmierung

Die dynamische Programmierung ist eine rekursive Optimierungstechnik zur Lösung lokal verkoppelter deterministischer und stochastischer Entscheidungsprozesse, basierend auf dem Optimalitätsprinzip von Bellman ([14]). Der Prozeß wird durch Zustände oder Zustandsübergänge charakterisiert, deren graphische Darstellung als Trellis bezeichnet wird. Viterbi hat aufbauend auf der dynamischen Programmierung einen nach ihm benannten Algorithmus ([15]) zur Dekodierung von Faltungskodes entwickelt. Forney ([16]) hat die Anwendung auf die Maximum-a-Posteriori-Analyse von diskreten Markovprozessen aufgezeigt und damit das Problem der optimalen Datendetektion bei dispersiven, digitalen Kommunikationskanälen gelöst. Der Trellis repräsentiert alle Übergangswahrscheinlichkeiten des finiten Markovprozesses und damit die vollständige Verbundwahrscheinlichkeit. Statt alle Pfade mit einem exponentiell wachsenden Aufwand zu analysieren, findet der Viterbialgorithmus den optimalen Pfad durch den Trellis mit einer nur linear mit der Zahl der Entscheidungsstufen verbundenen Komplexität (Bild 5). Die für die Analyse zu verwendende Metrik wird von der Verteilungsdichte des vorliegenden Markovprozesses bestimmt.

Der Viterbialgorithmus hat inzwischen einen festen Platz auf dem Gebiet der digitalen Kommunikation ([17]) und bei der Sprachverarbeitung eingenommen ([36]). Das so realisierte Optimalfilter ist nichtlinear und bringt deutliche Gewinne gegenüber linearen Entzerrungsfiltren.

Der Viterbialgorithmus wurde übertragen auf Probleme der optimalen Konturfindung ([18]), der Zeichen- ([19]) und Handschrifterkennung ([20]) sowie auf Probleme der optimalen Bildrestaurierung ([21],[22]).

Es gelingt, einen recht leistungsfähigen Markovmodellansatz für die Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit von Bildpunkten zu einer Kontur zu machen ([18],[23]). Zum einen gehören dazu

gewisse A-priori-Modellannahmen, welche die Glattheit sowie die Verhinderung von Konturlücken und somit die innere Kontextabhängigkeit einer Kontur berücksichtigen, und zum anderen können die Pixel in der Umgebung für die Zugehörigkeit zu einer Kante (Schwarz/weiß-bzw. Weiß/schwarz-Übergang) entsprechend gewichtet berücksichtigt werden. Im Gegensatz zur Verwendung lokaler Operatoren gelingt es damit, auch in Bildern mit extrem schlechter Qualität noch brauchbare Ergebnisse zu erzielen. Die Güte hat jedoch ihren Preis, welcher sich in einem verhältnismäßig hohen Rechenaufwand widerspiegelt.

Die Fähigkeit des Viterbialgorithmus zur Berücksichtigung von Kontextabhängigkeiten wird in [19] zur Erkennung gestörter Zeichen genutzt. Das "time-warping" ist eine Erweiterung der dynamischen Programmierung zur Spracherkennung bei variierender Sprechergeschwindigkeit. Damit lassen sich Kurvenverläufe miteinander vergleichen, welche einer unbekanntem Veränderung a des Zeitmaßstabes unterworfen wurden

$$\|x(t) - x(a(t))\|. \quad (4)$$

Diese so verallgemeinerte Metrik erlaubt einen "elastischen" Mustervergleich ([24]) und berücksichtigt damit eine für viele Anwendungen interessante, größere Äquivalenzklasse (Bild 6). In [20] wird diese Technik verwendet, um die Prototypenvariation bei der Handschrifterkennung zu tolerieren.

Lineare Optimalfilter sind nicht in der Lage, signal- oder struktureinschränkende A-priori-Kenntnisse bei Bildrestaurationsaufgaben zu berücksichtigen (constrained restoration). Der Viterbialgorithmus konnte auf die zweidimensionale Bildrestaurationsaufgabe auf der Basis des Maximum-a-posteriori-Kriteriums verallgemeinert werden ([21],[22]) für Aufgabenstellungen, bei denen die Originalbildvorlagen nur einen endlichen Amplitudenvorrat besitzen (bis hin zur Schwarzweißvorlage). In Anlehnung an einen Kommunikationskanal wird ein Bildstörmodell auf der Basis eines zweidimensionalen Markovprozesses definiert. Das Modell beinhaltet auch nichtlineare und ortsvariante Dispersionen und beschränkt sich nicht auf normalverteilte Rauschanteile. Es ist grundsätzlich einfach, zusätzliche Struktur- und Formeinschränkungen (z.B. Buchstabensatz) zu berücksichtigen. Dazu integriert man die durch einen endlichen Automaten zu beschreibenden Restriktionen direkt im Auswertetrellis.

Die minimale Distanz d_{min} im Beobachtungsraum Z erlaubt eine gute Abschätzung der zu erzielenden Restaurationsgüte ([16]). Man kann zeigen, daß diese Distanz sehr effizient mit dem Viterbialgorithmus selbst berechnet werden kann ([25]). Man erhält im Vergleich zur linearen Filterung eine zum Teil erheblich bessere Güte, welche jedoch auch hier nur mit einem hohen numerischen Aufwand zu erreichen ist. Es ist möglich, mit suboptimalen Strategien diesen Aufwand zu reduzieren ([22]).

Bild 7 zeigt Restaurationsergebnisse im Vergleich zur Pseudoinversen-Lösung ([6]). In der Abbildungsgeometrie werden die Unterschiede recht deutlich. Die Pseudoinverse ermöglicht nur eine Rückabbildung in $\mathcal{N}(A)^\perp = \mathcal{R}(A^*)$, die verbleibenden Freiheitsgrade werden durch die minimale Euklidische Norm der pseudoinversen Lösung, jedoch nicht durch die vorliegenden diskreten Amplitudenwerte festgelegt (Bild 2).

Die dynamische Programmierung stellt ein sehr leistungsfähiges Handwerkszeug zur Verfügung, der Rechenaufwand kann jedoch den Einsatz in manchen Bereichen verhindern. Vorteilhaft hingegen ist die Tatsache, daß der Algorithmus in hohem Maße parallelisierbar ist. In der Kommunikationstechnik werden hohe Anstrengungen gemacht, dafür spezielle VLSI-Bausteine zur Verfügung zu stellen.

4. Iterative Methoden

Wie bereits einleitend skizziert, sind zusätzlich bekannte Nebenbedingungen geeignet, unvollständige Bild- und Szeneninformationen zu ergänzen oder um über die physikalische Begrenzung eines Sensors hinausgehende Informationen wiederzugewinnen. Im Zusammenhang damit taucht häufig auch der Begriff Superauflösung auf. Es gelingt jedoch nur in wenigen Ausnahmefällen,

diese Restriktionen explizit mathematisch zu berücksichtigen (siehe z.B. ViterbiRestauration für finites Signalalphabet); i.a. bieten sich nur implizite, iterative Lösungen an. Es gibt in den letzten Jahren zahlreiche interessante Beispiele für die effiziente Nutzung dieser Methoden in der Bildverarbeitung.

Ein methodischer Keim dieser Entwicklungen ist sicherlich im Gerchberg/Papoulis-Algorithmus ([26],[27]) zur Extrapolation band- oder zeit- bzw. ortsbegrenzter Signale zu finden. Die Methoden wurden dann in zahlreichen Artikeln auf eine breitere Basis gestellt, insbesondere in Bezug auf die Anwendbarkeit auf verrauschte Daten und Aussagen über die Konvergenz ([28]-[31]). Dabei ist es insbesondere Youla ([32]) gelungen, recht allgemeingültige Aussagen über Existenz, Eindeutigkeit und Konvergenz von iterativen Lösungen nach der Methode der alternierenden orthogonalen Projektionen in Hilberträumen zu machen.

Die Hauptanwendungsgebiete sind Bildrestaurationsaufgaben ([33]), Superauflösung bei Satellitenbildaufnahmen mit Multispektralscannern unter Verwendung partieller Informationen im Orts- und Frequenzbereich ([34]), Entfaltungen unter Einbeziehung von Nebenbedingungen ([35]), Rekonstruktionen in der computergestützten Tomographie ([3]) sowie Bildrekonstruktionen, wenn entweder nur Phase oder Betrag der Fouriertransformierten oder nur Intensitäten gegeben sind ([31], [37]).

5. Schnelle Algorithmen und Transformationen

Der Cooley-Tukey-Algorithmus ([49]) gilt wohl als klassischer Vorreiter einer großen Anzahl von Publikationen zur effizienten Berechnung der diskreten Fouriertransformation. Mit diesen Algorithmen zur Berechnung der Schnellen Fouriertransformation wurden gleichzeitig weitere Arbeiten zum Problem der arithmetischen Komplexität in der digitalen Signalverarbeitung angeregt. Die Reduktion der arithmetischen Operationen von $O(N^2)$ auf $O(N \log N)$ für die diskrete Fouriertransformation gilt dementsprechend auch für die darauf aufbauenden schnellen Faltungs- und Korrelationsalgorithmen. Für die Bildverarbeitung war dieses Ergebnis der großen Datenmengen wegen von essentieller Bedeutung.

In [25] wird der Faktorisierungsgedanke der Schnellen Fouriertransformation auf der Basis einer rekursiven Formulierung erweitert auf eine größere Klasse von schnellen linearen und nicht-linearen Basis-B-Algorithmen (Bild 8). Davon läßt sich ein rekursiver Parallelprozessor ableiten (Bild 9), welcher bei einheitlicher Topologie und variabler Arithmetik für die Berechnung folgender Probleme geeignet ist (siehe auch [43]):

- 1) Schnelle Fourier- und Walshtransformation
- 2) Translationsinvariante Transformationen der Klasse CT (siehe nachfolgender Text)
- 3) Schnelles paralleles Sortieren
- 4) Viterbialgorithmus
- 5) Numerische Probleme wie Polynomrechnungen, Matrixtransposition und Innenproduktberechnung

Die Überprüfung der Äquivalenzklassenzugehörigkeit mit lageinvarianten Merkmalen ist ein verbreiteter Ansatz in der Mustererkennung. Für Graubilder erhält man mit Hilfe des Leistungsspektrums (oder der Autokorrelierten) sowie mit dem Spektrum der Modifizierten Walsh-Hadamard-Transformation ([50]) Invarianten für rein translatorische Bewegungen (zyklische Permutationen für endliche Bilder). Eine allgemeinere, nichtlineare Klasse von translationsinvarianten Transformationen erhält man mit der oben erwähnten rekursiven Definition auf der Basis kommutativer Verknüpfungen ([42],[12]). Die Operatoren können sehr einfach sein, wodurch sich sehr schnelle Realisierungen ergeben. Diese Transformationen wurden ausführlich im Hinblick auf Anwendungen in der Mustererkennung untersucht, so insbesondere Eigenschaften wie: Reaktion auf systematische und stochastische Störungen, Stetigkeit, Clusterung und Mehrdeutigkeitsprobleme ([12],[38]-[40]). Der Beitrag [41] zeigt Anwendungen im Bereich der Qualitätskontrolle.

6. Algebraische Methoden

Man kann beobachten, daß die digitale Signalverarbeitung sich vor dem Hintergrund der kontinuierlichen Systemtheorie und der analytischen Signalverarbeitung entwickelt hat. Sie wurde zunächst durch diskrete Approximation der kontinuierlichen Verhältnisse beschrieben. Charakteristisch dafür stehen z.B. Abtastphänomene im Frequenz-, Zeit- und Amplitudenbereich, Windowing und Aliasing. Inzwischen hat sich die digitale Signalverarbeitung jedoch zunehmend zu einer eigenen Disziplin entwickelt, wobei die Zahlentheorie und andere algebraische Verfahren zunehmend an Einfluß gewinnen. Dadurch haben sich neue Methoden entwickelt, welche teilweise kein Analogon in der kontinuierlichen Signalverarbeitung besitzen. Dazu gehören u.a. Faltungsalgorithmen, welche auf dem Chinesischen Restesatz aufbauen und keine Rundungsfehler aufweisen ([47],[48]), algebraische Interpretationen der diskreten und schnellen Fouriertransformation ([44]), die im vorigen Abschnitt erwähnte diskrete, lageinvariante Transformationsklasse CT, sowie die Nutzung von Phänomenen der Polynomalgebra oder etwa der Diophantischen Gleichung.

Neben den bereits erwähnten schnellen Faltungsalgorithmen, welche für die schnelle Bildkorrelation bedeutungsvoll sind, seien noch zwei weitere Beispiele aus der Bildverarbeitung genannt. So wird in [45] aufbauend auf algebraischen Methoden zur Behandlung fehlerkorrigierender Codes eine Lösung zur inversen diskreten Radontransformation für die tomographische Bildauswertung angegeben. Im Beitrag [46] wird eine zuvor erwähnte Problematik der Restauration von Bildern aus dem Betrag ihrer Fouriertransformierten mit algebraischen Methoden behandelt. Im Gegensatz zu iterativen Lösungen gelingt es hier, exakte Angaben zu der Rekonstruktionsaufgabe bei diskreten Bildern zu machen, allerdings nur für kleine Dimensionen.

7. Zusammenfassung

Die Modelle und Verfahren der digitalen Signalverarbeitung sind komplexer und leistungsfähiger geworden und bieten zunehmend mehr methodische Anregungen auch für die sehr schwierigen Aufgabenstellungen der Bildverarbeitung und Mustererkennung. Die Methoden der digitalen Signalverarbeitung sind i.a. systemtheoretisch gut aufbereitet und mathematisch präzise. Die nicht-triviale Aufgabe des Methodentransfers, der Anpassung und Verallgemeinerung der Aufgabenstellung und Lösungen bleiben dem Anwender jedoch nicht erspart, aber zur gedanklichen Anregung sind auch zukünftig sicher wertvolle Beispiele zu erwarten.

Literatur

- [1] C.W. Therrien, T.F. Quatieri, D.E. Dudgeon: Statistical Model-Based Algorithms for Image Analysis. Proc. of the IEEE, Vol. 74, April 86, S. 532-551.
- [2] A.K. Jain: Advances in Mathematical Models for Image Processing. Proc. of the IEEE, Vol. 69, Mai 81, S. 502-528.
- [3] D.E. Dudgeon, R.M. Mersereau: Multidimensional Digital Signal Processing. Prentice-Hall, 1984.
- [4] S.M. Kay, S.L. Marple: Spectrum Analysis - A Modern Perspective. Proc. of the IEEE, Vol. 69, Nov. 81, S. 1380-1419.
- [5] H.G. Musmann, P. Pirsch, H.-J. Grallert: Advances in Picture Coding. Proc. of the IEEE, Vol. 73, Apr. 85, S. 523-530.
- [6] W.K. Pratt: Digital Image Processing. John Wiley, 1978.
- [7] Burkhardt H., Diehl N.: Simultaneous Estimation of Rotation and Translation in Image Sequences. Proc. of the European Signal Processing Conference, EUSIPCO-86, Den Haag, Sept. 86.
- [8] Diehl N., Burkhardt H.: Planar Motion Estimation with a Fast Converging Algorithm. Proc. of the 8th Intern. Conf. on Pattern Recognition, Paris, Okt. 86.

- [9] R. Chellappa, S. Chatterjee: Classification of Textures Using Gaussian Markov Random Fields. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, Aug. 85, S. 959-963.
- [10] R. Chellappa, R.L. Kashyap: Texture Synthesis Using 2-D Noncausal Autoregressive Models. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-33, Febr. 85, S. 194-203.
- [11] Persoon E., Fu K.S.: Shape Discrimination Using Fourier Descriptors. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-7, März 77, S. 170-179.
- [12] Burkhardt H.: Transformationen zur lageinvarianten Merkmalgewinnung. Habilitationsschrift, Universität Karlsruhe. Ersch. als Fortschrittsbericht (Reihe 10, Nr. 7) der VDI-Zeitschriften, VDI-Verlag, 1979.
- [13] Arbter K.: Affinvariante Fourierdeskriptoren. Interner Bericht. Deutsche Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V., Institut für Dynamik der Flugsysteme, 1986.
- [14] R.E. Bellman, S.E. Dreyfus: *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, 1962.
- [15] A.J. Viterbi: Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm. *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. IT-13, Apr. 67, S. 260-269.
- [16] G.D. Forney: The Viterbi Algorithm. *Proc of the IEEE*, Vol. 61, März 73, S. 268-278.
- [17] J.G. Proakis: *Digital Communications*. McGraw-Hill, 1983.
- [18] L.L.Scharf, H.Elliott: Aspects of Dynamic Programming in Signal and Image Processing. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-26, Okt. 81, S. 1018-1029.
- [19] H. Tanaka, Y. Hirakawa, S. Kaneku: Recognition of Distorted Patterns Using the Viterbi Algorithm. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-4, Jan. 82, S. 18-25.
- [20] D.J. Burr: Designing a Handwriting Reader. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-5, Sept. 83, S. 554-559.
- [21] Burkhardt H., Schorb H.: Maximum-A-Posteriori Restoration of Images - An Application of the Viterbi Algorithm to Two-Dimensional Filtering. *Proc. of the 6th Intern. Conf. on Pattern Recognition*, München, Okt. 82, S. 98-101.
- [22] H. Schorb: Maximum-a-posteriori Restauration von Bildern mit endlichem Grauwertevorrat. Dissertation, Universität Karlsruhe, 1986.
- [23] B. Lamb: Untersuchung und Erprobung von Methoden der dynamischen Programmierung zur Konturfindung. Studienarbeit am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Karlsruhe, 1982.
- [24] H. Ney: Dynamic Programming as a Technique for Pattern Recognition. *Proc. of the 6th Intern. Conf. on Pattern Recognition*, München, Okt. 82, S. 1119-1125.
- [25] Burkhardt H., Barbosa L.C.: Contributions to the Application of the Viterbi-Algorithm. IBM Research Report, RJ 3377(40413) 1/22/82, San Jose, Ca. und *IEEE Trans. on Information Theory*, Vol. IT-31, Sept. 85, S. 626-634.
- [26] R.W. Gerchberg: Super-resolution through error energy reduction. *Optica Acta*, Vol. 21, 1974, S. 709-720.
- [27] A. Papoulis: A New Algorithm in Spectral Analysis and Band-Limited Extrapolation. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol. CAS-22, Sept. 75, S. 735-742.
- [28] R.W. Schafer, R.M. Mersereau, M.A. Richards: Constrained Iterative Restoration Algorithms. *Proc. of the IEEE*, Vol. 69, April 81, S. 432-450.
- [29] D. Cahana, H. Stark: Bandlimited Image Extrapolation with Faster Convergence. *Applied Optics*, Vol. 20, Aug. 81, S. 2780-2786.

- [30] H. Stark, D. Cahana, H. Webb: Restoration of Arbitrary Finite-Energy Optical Objects from Limited Spatial and Spectral Information. *Journ. Opt. Soc. Am.*, Vol. 71, Juni 81, S. 635-642.
- [31] A. Levi, H. Stark: Image Restoration by the Method of Generalized Projections with Application to Restoration from Magnitude. *Journ. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 1, Sept. 84, S. 932-943.
- [32] D.C. Youla: Generalized Image Restoration by the Method of Alternating Orthogonal Projections. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, Vol. CAS-25, Sept. 78, S. 694-702.
- [33] A.K. Katsaggelos, J. Biemond, R.M. Mersereau, R.W. Schafer: An Iterative Method for Restoring Noisy Blurred Images. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, Vol. 3, 1984, S. 139-160.
- [34] R.T. Chin, C.-L. Yeh, W.S. Olson: Restoration of Multichannel Microwave Radiometric Images. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-7, Juli 85, S. 475-484.
- [35] R. Prost, R. Goutte: Discrete Constrained Iterative Deconvolution Algorithms with Optimized Rate of Convergence. *Signal Processing*, 7(1984), S. 209-230.
- [36] L.R. Bahl, F. Jelinek, R.L. Mercer: A Maximum-Likelihood Approach to Continuous Speech Recognition. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. PAMI-5, März 83, S. 179-190.
- [37] J.R. Fienup: Phase Retrieval Algorithms: A Comparison. *Appl. Opt.*, Vol. 21, 1982, S. 2758-2769.
- [38] Müller X., Burkhardt: Two-Dimensional, Fast Translation Invariant Transforms with Improved Mapping Properties. *Proc. of the 6th Intern. Conf. on Pattern Recognition*, München, Okt. 82, S. 427-430.
- [39] Müller X.: Schnelle translationsinvariante Transformationen zur Bearbeitung digitaler Grauwertbilder. Dissertation, Universität Karlsruhe. Ersch. als Fortschrittbericht (Reihe 10, Nr. 17) der VDI-Zeitschriften, VDI-Verlag, Okt. 79.
- [40] Frydrychowicz S.: Anwendungen der Gruppentheorie auf Probleme der Mustererkennung. Dissertation, Universität Karlsruhe. Ersch. als Fortschrittbericht (Reihe 10, Nr. 42) der VDI-Zeitschriften, VDI-Verlag, Febr. 85.
- [41] Burkhardt H., Schorb H.: Sichtprüfung bei Digitalanzeigen. Tagungsband der VDI/VDE-GMR-Fachtagung "Automatisierte Meßsysteme", Fellbach, Nov. 85, VDI-Bericht 566.
- [42] Wagh M.D., Kanetkar S.V.: A Class of Translation Invariant Transforms. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-25, Apr. 77, S. 203-205.
- [43] H.S. Stone: Parallel Processing with the Perfect Shuffle. *IEEE Trans. Comp.*, Vol. C-20, Febr. 71, S. 153-161.
- [44] Beth T.: Verfahren der schnellen Fourier-Transformation. Teubner Verlag, 1984.
- [45] Beth T.: Finite Version of the Radon-Transform, Based on Finite Geometric Structures. *Lect. Notes Med. Info.*, 8(1981), S. 7-12.
- [46] N. Canterakis: Magnitude-Only Reconstruction of Two-Dimensional Sequences of Finite Regions of Support. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-31, Okt. 83, S. 1256-1262.
- [47] J.H. McClellan, C.M. Rader: *Number Theory in Digital Signal Processing*. Prentice-Hall, 1979.
- [48] J.B. Martens: Convolution Algorithms, Based on the CRT (Chinese Remainder Theorem). *Signal Processing* 6(1984), S. 279-292.
- [49] Cooley W.T., Tukey J.W.: An Algorithm for Machine Computation of Complex Fourier Series. *Mathematics of Computation* 19(1965), S. 297-301.
- [50] N. Ahmed, K.R. Rao: *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*. Springer Verlag, 1975.

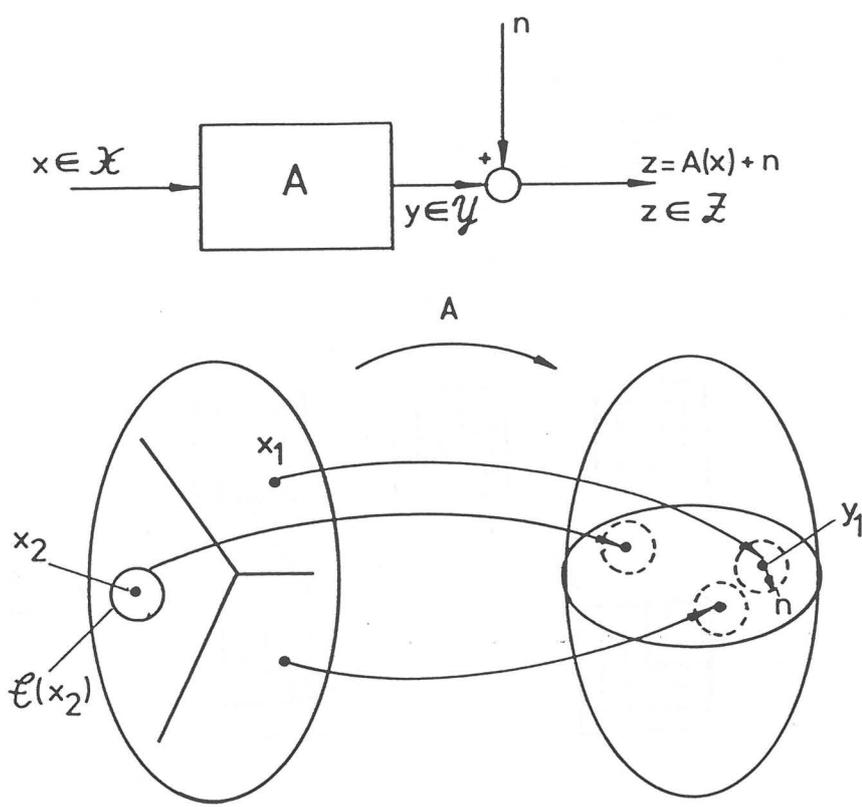
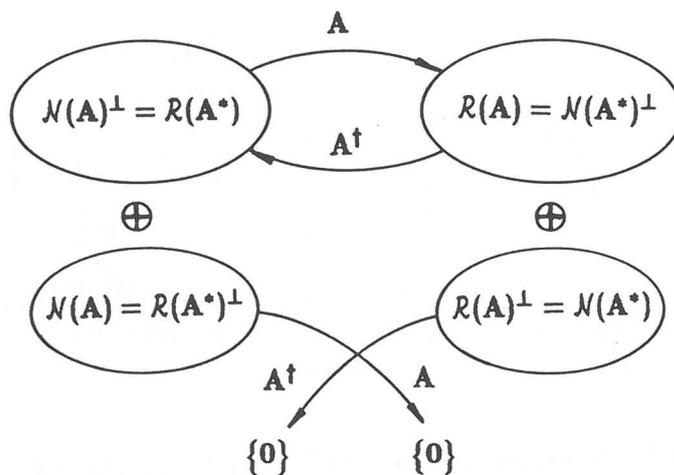


Bild 1: Original- und Wertebereich einer Bildaufnahme. Charakterisierung der Schätz-, Detektions- und Mustererkennungsaufgabe.



$$\mathcal{X}^n = \mathcal{N}(A) \oplus \mathcal{N}(A)^\perp = \mathcal{R}(A) \oplus \mathcal{R}(A)^\perp$$

Bild 2: Darstellung linearer Abbildungseigenschaften von $A : \mathcal{X}^n \rightarrow \mathcal{X}^n$, A^\dagger : Pseudoinverse, A^* : adjung. Operator.

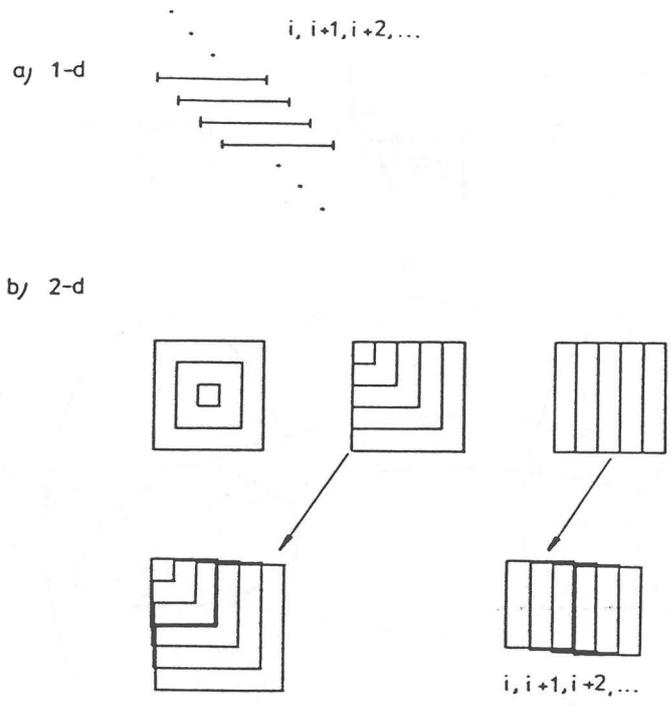


Bild 3: Zustandssequenzen $\{x_i\}$ von Markovprozessen im eindimensionalen Zeit- und im zwei-dimensionalen Ortsbereich.

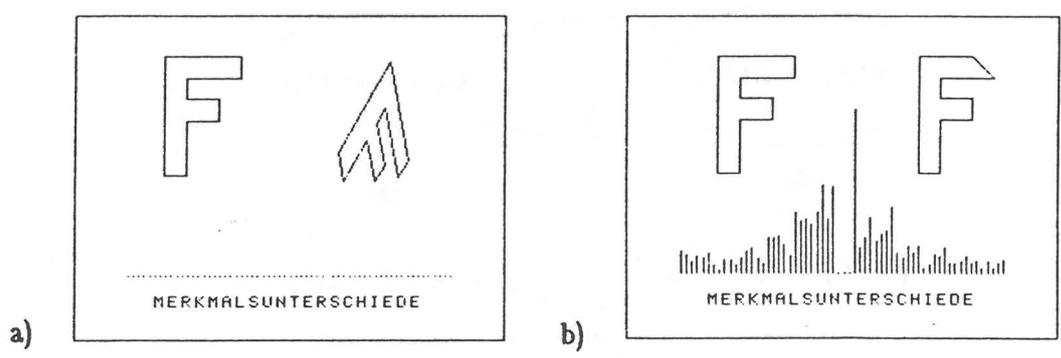


Bild 4: Affinvariante Fourierdeskriptoren für Objekte a) einer Äquivalenzklasse und b) verschiedener Äquivalenzklassen.

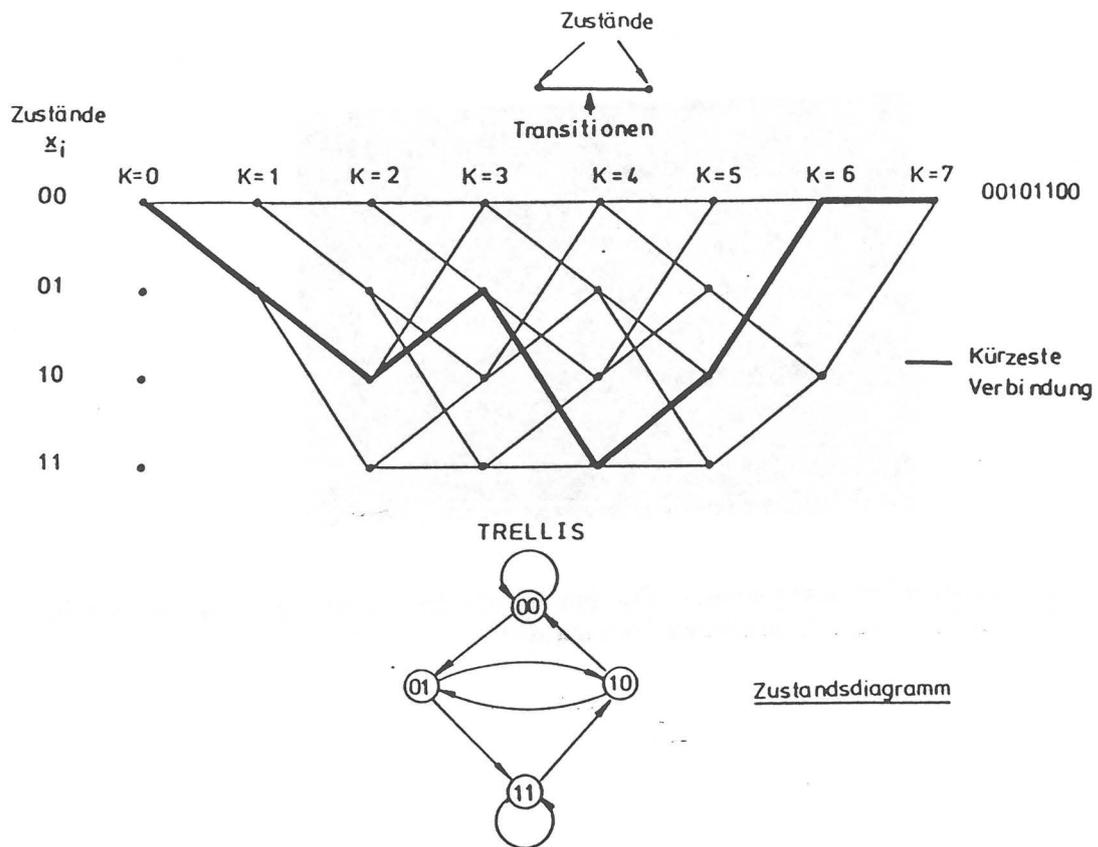


Bild 5: Auffinden der kürzesten Verbindung in einem Trellis mit dem Viterbialgorithmus und dazugehöriges Zustandsdiagramm.

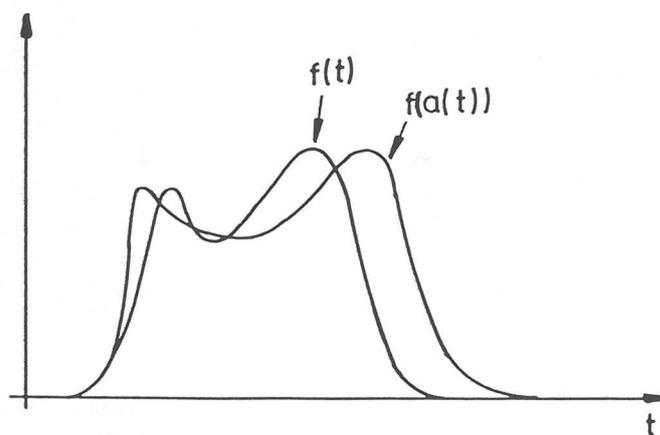


Bild 6: Elastischer Mustervergleich.



Bild 7: Restauration bei Bewegungsunschärfe (unten) mit dem Viterbialgorithmus (oben), im Vergleich mit der Pseudoinversen Lösung (Mitte).

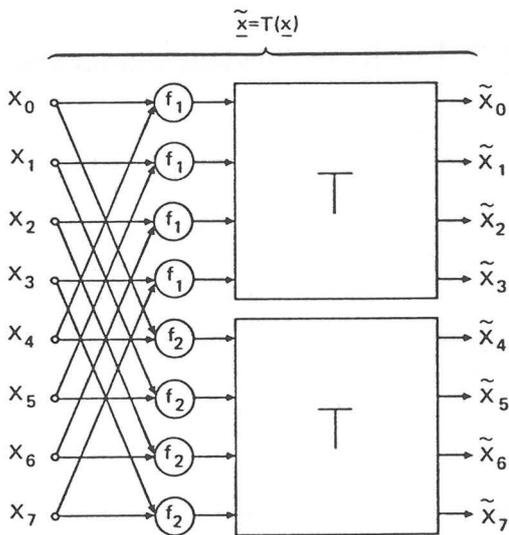


Bild 8: Rekursive Definition einer schnellen Transformationsklasse T.

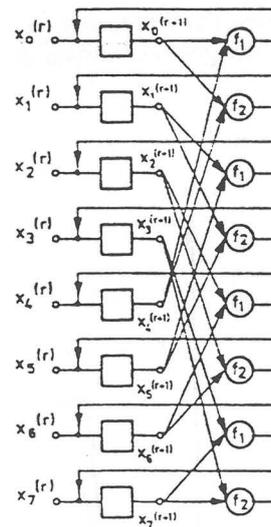


Bild 10: Universeller, rekursiver Parallelprozessor.

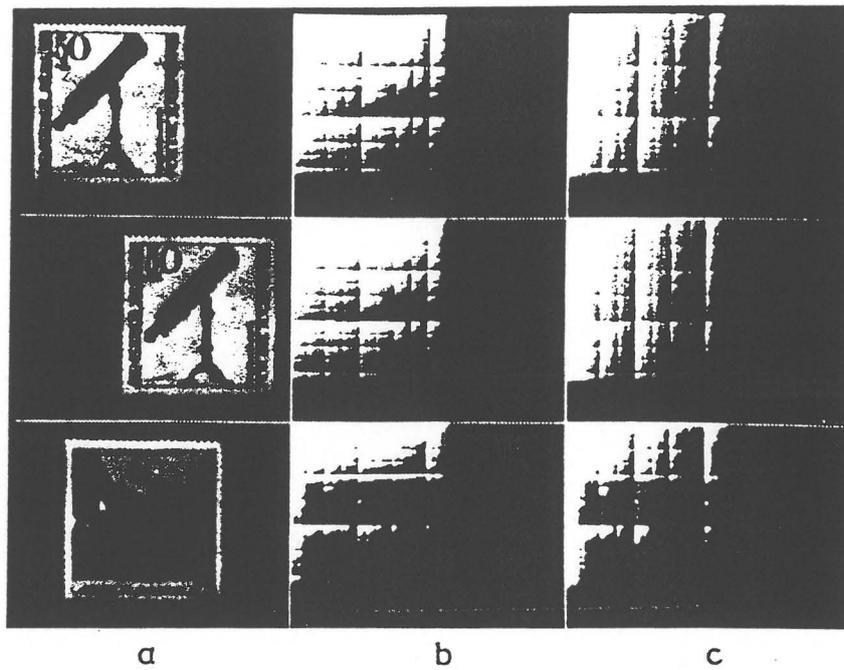


Bild 9: Anwendung verschiedener B-Transformationen auf Grauwertbilder: a) Objekte, b) BT_{sz} ,
c) BT_{zs} .

