

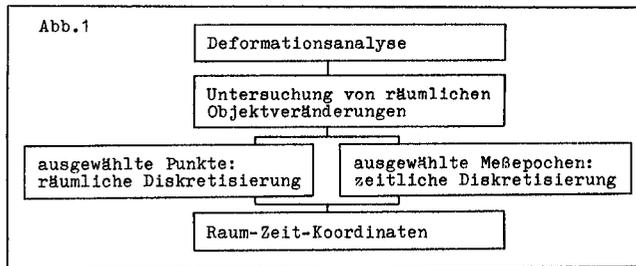
DEFORMATIONSANALYSE: AUFBAU, DEFORMATIONSMODELLE UND ABLAUFSTEUERUNG

Hans Werner, Neu-Ulm

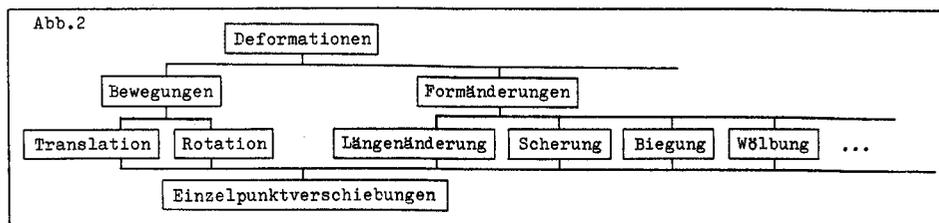
1. Einführung

1.1 Am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart läuft seit 1983 ein Projekt zur Deformationsanalyse, das von Oktober 1983 bis Juni 1985 von der Deutschen Forschungsgemeinschaft finanziert (Werner, 1984) und von den Rheinischen Braunkohlewerken AG in Köln durch einen Zuschuß unterstützt wurde. Endziel des Projektes ist es, Aussagen über die Sensitivität der verwendeten Analysemethoden zur Aufdeckbarkeit vorgegebener oder vermuteter Deformationen zu erhalten, um damit Meßanordnungen hinsichtlich Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit ausgewogen optimieren zu können. Zweck dieses Artikels ist es, die bisherige Entwicklung des Projektes Deformationsanalyse am Institut für Photogrammetrie in Stuttgart und das dabei erstellte Rechenprogramm DANA vorzustellen.

1.2 Bei der hier betrachteten Deformationsanalyse handelt es sich um die Untersuchung von geometrischen Objektveränderungen an ausgewählten Punkten (räumliche Diskretisierung), welche durch mindestens zwei Meßepochen (zeitliche Diskretisierung) in ihren räumlichen Beziehungen untereinander (Raum-Zeit-Koordination) bestimmt und verglichen werden (Abb. 1).



Im folgenden handelt es sich bei Deformationen um den Oberbegriff aller geometrischen Punktveränderungen; die Änderung der räumlichen Lage eines einzelnen Punktes zwischen zwei betrachteten Epochen ist die (Einzel-) Punktverschiebung, Punktbevægung oder Punktdeformation. Bewegung bedeutet gleichartige Verschiebung (Translation und/oder Rotation) aller Punkte bei Invarianz der Form des betrachteten Punkthaufens (Starrkörperbevægung); Formänderung schließlich ist jede Änderung der Gestalt eines Körpers oder einer (Ober-) Fläche (Welsch, 1982), vgl. Abb. 2.



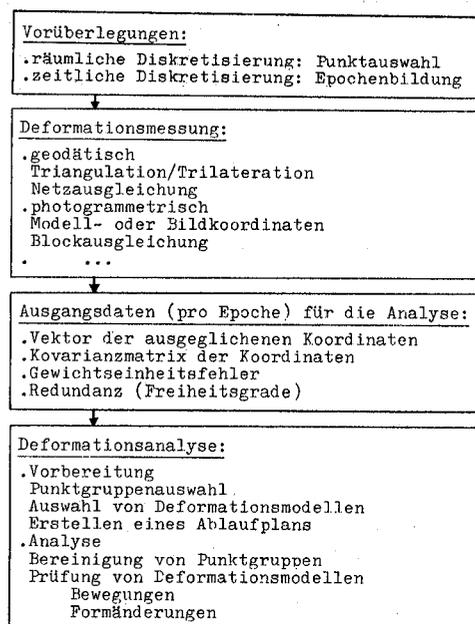
1.3 Ausgangspunkt sind zum einen die bekannten geodätischen oder photogrammetrischen Meßverfahren mit der Messung von Triangulations- und Trilaterationsnetzen oder der photogrammetrischen Messung von Bild- oder Modellkoordinaten. Zum anderen werden diese Messungen mit bewährten Programmen in Form von Netzausgleichungen oder photogrammetrischen Blockausgleichungen ausgewertet und damit für die betrachteten Punkthaufen ausgeglichene Koordinaten für jede Epoche bereitgestellt (Abb. 3). Dem hohen Bewährtheitsgrad der Meßverfahren und Auswertemethoden steht eine erst beginnende Konsolidierung der Analyse der Ergebnisse gegenüber. Während etwa die Vermittelnde Ausgleichung seit langem ausgereift und allgemein anerkannt ist, kann man über die beste Analysemethoden für Deformationsmessungen noch verschiedene Meinungen hören, wie sich zum Beispiel während des Seminars zur Deformationsanalyse in München zeigte (Welsch, 1983).

Nachfolgend wird zunächst der Aufbau der Deformationsanalyse des Projektes des Instituts für Photogrammetrie in Stuttgart beleuchtet. Dann wird auf die Darstellung und Realisierung von Deformationsmodellen eingegangen und die Ablaufsteuerung, wie sie im Programm DANA verwirklicht wurde, erläutert.

## 2. Aufbau der Deformationsanalyse

2.1 Ausgangsdaten für die Analyse sind die ausgeglichenen Koordinaten  $\hat{x}(i)$ , deren Kofaktormatrix  $Q_{xx}(i)$ , der zugehörige Gewichtseinheitsfehler  $\sigma_0(i)$  und die Redundanz  $f_i$ , die man für jede Epoche  $i$  aus der Einzelausgleichung der Messungen jeder Epoche erhält (Abb. 3). Die verwendeten Punkte sind zunächst in eine oder mehrere Objektpunktgruppen (für die Analyse unterschiedlicher Modelle) und eine Referenzpunktgruppe zu unterteilen. Von den Referenzpunkten wird angenommen, daß sie nicht verschoben wurden; sie werden für die Untersuchung von Bewegungsmodellen benötigt. Nach der Auswahl der zu untersuchenden Deformationsmodelle aus der möglichen Palette (siehe Kap. 3) ist der Ablaufplan (Testschema), der die Folge der Untersuchungen in Abhängigkeit von den Testergebnissen steuert, zu erstellen (vgl. Kap. 4). Im Testschema werden zwei mögliche Aktionen zur Untersuchung unterschieden: Bereinigung und Prüfung.

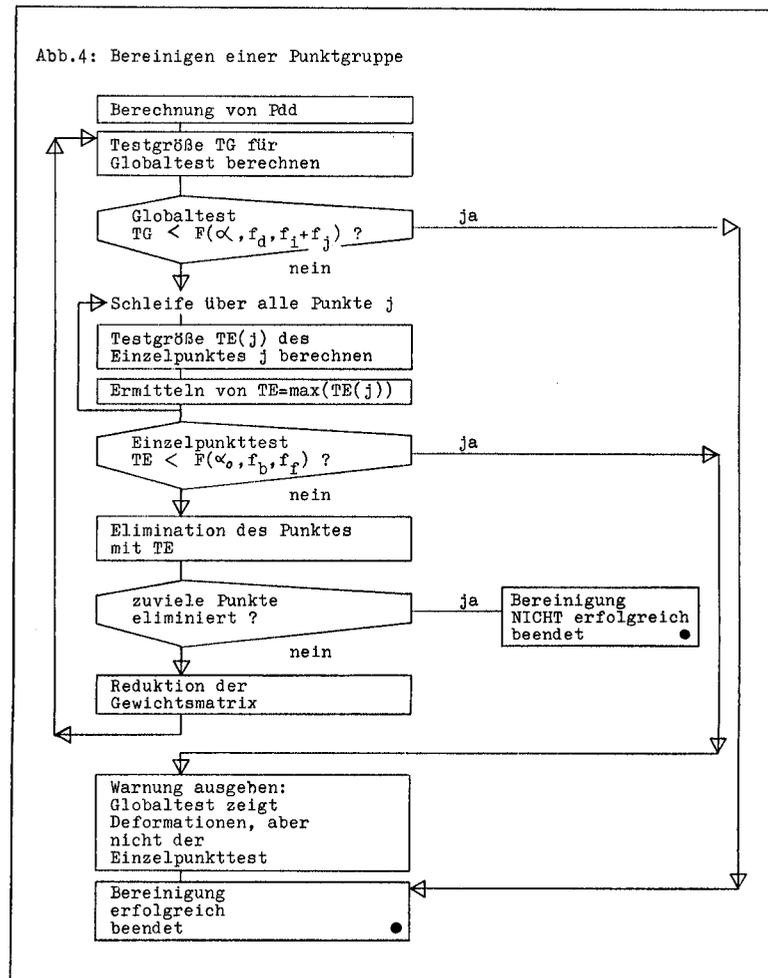
Abb.3



2.2 Für die Bereinigung der Referenzpunkte werden während des Ablaufs der Analyse zuerst die Referenzpunkte auf Stabilität geprüft und solche, die als verschoben erkannt werden, aus dieser Gruppe ausgeschieden. Auch die Objektgruppen können zunächst von Ausreißern, die aus der gleichartigen Deformation der Punktgruppe herausfallen, bereinigt werden.

Zur Bereinigung dieser Punktgruppe (Abb. 4) wird zunächst ein Globaltest (Anhang, Gl. (9)) durchgeführt, mit dem entschieden wird, ob die betrachtete Punktgruppe überhaupt Einzelpunktverschiebungen enthält. Falls dies der Fall ist, wird für jeden Punkt der Gruppe eine Testgröße  $TE(j)$  berechnet (Anhang, Gl. (18)), der Punkt mit der maximalen Testgröße ermittelt und dieser Punkt aus der Punktgruppe ausgeschieden, falls seine Testgröße das zugehörige Fisher-Quantil überschreitet (Einzelpunkttest, Anhang Gl. (19)). Mit einer reduzierten Gewichtsmatrix (Anhang, Gl. (13)) ist anschließend das Bereinigungsverfahren aus Globaltest und Einzelpunkttest so lange zu wiederholen, bis entweder Globaltest oder Einzelpunkttest keine Punktverschiebungen mehr anzeigen oder zuviele Punkte eliminiert wurden.

2.3 Schließlich sind die gewählten Deformationsmodelle gemäß Testschema zu untersuchen (Prüfung von Deformationsmodellen). Dabei wird getestet, ob die Koordinatendifferenzen zweier Epochen einer betrachteten Punktgruppe mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zu diesem Modell passen und damit Aussagen über die Art der zugrunde liegenden Deformationen und deren Ursachen erlauben.



Dazu ist zuerst die Koeffizienten- oder Designmatrix  $H$  des zu untersuchenden Deformationsmodells aufzustellen (vgl. Kap. 3) und zu untersuchen, ob die gewählten Modellparameter aus den gegebenen Daten bestimmbar sind (Plausibilitätsprüfung der Parameter; ist die Matrix  $H$  regulär?.....). Erst danach können die ausgeglichenen Modellparameter  $\hat{\beta}$  berechnet werden (nach Anhang Gl. (21)). Aus der Berechnung der Parameter  $\hat{\beta}$  lassen sich zwei Testgrößen ableiten: die Testgröße  $TV$  aus den Verbesserungen der Koordinatendifferenzen (Anhang, Gl. (22), (26)) und die Testgröße  $TP$  direkt aus den Modellparametern (Anhang, Gl. (24), (27)). Mit  $TV$  und  $TP$  wird schließlich der Test des Deformationsmodells durchgeführt (Anhang, Gl. (28)). Außerdem werden aus den geschätzten Parametern für jeden Punkt der untersuchten Gruppen die geschätzten Verschiebungen und aus deren Differenz zu den Koordinatendifferenzen die Restverschiebungen berechnet (Anhang, Gl. (29), (30)).

2.4 Am Ende der beiden Aktionen Bereinigung und Prüfung steht jeweils eine Testentscheidung mit positivem oder negativem Testausgang. Bei der Bereinigung bedeutet positiver Testausgang, daß keine Einzelpunktverschiebung mehr in der untersuchten Punktgruppe (Ausreißer) enthalten ist und noch genügend Punkte verblieben sind, um die Untersuchung auf diesem Bereinigungsstand fortzuführen. Die Prüfung von Deformationsmodellen wird als positiv verlaufen betrachtet, wenn keine Deformationen vorliegen, d. h. die gewählten Modellparameter die vorliegenden Koordinatendifferenzen nicht mit genügender Signifikanz beschreiben. Der Ablaufplan (Testschema), der die Folge des Test abhängig von den Testentscheidungen regelt, wird in Kap. 4. beschrieben. Zuvor wird jedoch noch näher auf die Formulierung der Deformationsmodelle eingegangen.

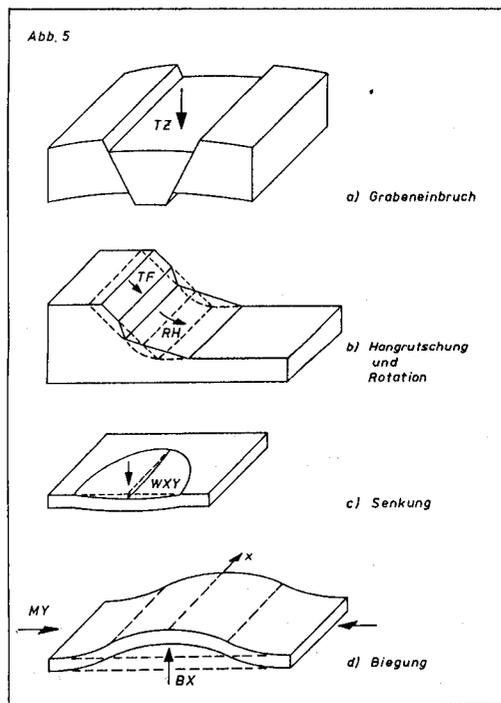
### 3. Deformationsmodelle

3.1 Für eine einfache Analyse von Deformationsmessungen werden neben dem direkten Vergleich von Messungselementen nur Koordinatendifferenzen zwischen identischen Punkten berechnet. Für weitergehende Untersuchungen möchte man jedoch die in den Koordinatendifferenzen enthaltenen zufälligen Fehler ausschalten und von systematischen Effekten trennen, die am betrachteten Objekt durch innere oder äußere Kräfte auftreten. Durch die Einführung von Deformationsmodellen wird versucht, die in allen betrachteten Punkten steckende gemeinsame Information herauszufinden und in qualitative und quantitative Aussagen umzuformen. Die Formulierung von Deformationsmodellen ist unter anderem unter den zwei folgenden Gesichtspunkten zu betrachten: Auf der einen Seite ist unter anderem unter stehen Anwender und Praktiker, die gewisse Vorstellungen über die auftretenden und möglichen Deformationen der von ihnen zu beobachtenden und zu überwachenden Objekte mitbringen. Richter (1976) beschreibt anschaulich, welche Vorstellungen Geologen mit Deformationen verbinden. Andererseits müssen diese anschaulichen Vorstellungen für ein Computerprogramm zwingend als mathematisches Modell beschrieben werden.

3.2 Vom Anwender eines Analyseprogramms kann nicht verlangt werden, daß er die Umsetzung seiner Vorstellungen in ein konkretes mathematisches Deformationsmodell selbst vornimmt. Um das Programm flexibel zu gestalten, sollte er in gewissem Rahmen jedoch selbst Deformationsmodelle definieren können, ohne an eine feste Auswahl von Modellen gebunden zu sein. Aus der Unzahl von möglichen Deformationsmodellen wurde deshalb eine Grundmenge von Elementarmodellen ausgewählt, von denen anzunehmen ist, daß sich damit und aus Kombinationen davon, die meisten der tatsächlich auftretenden Deformationen darstellen lassen (Tab. 1). Abbildung 5 zeigt Beispiele dafür. Diese objektbezogenen, nur als Beispiel geologisch begründeten Vorstellungen gilt es nun umzusetzen. Dazu lassen sich die Koordinatendifferenzen zwischen den zu untersuchenden Epochen der ausgewählten Punkte als Funktion von zunächst unbekanntem Deformationsparametern darstellen:

$$d = f(p)$$

d: Koordinatendifferenzen, p: Deformationsparameter



T	Translation
R	Rotation
M	Längenänderung (Maßstab)
S	Scherung
B	Biegung
W	Wölbung (Senkung)

Diese Deformationsparameter sollen die allen Punkten gemeinsame Bewegung oder Verformung hinreichend beschreiben. Betrachtet man die Koordinatendifferenzen als Beobachtungen, so können die unbekanntem Parameter mit Hilfe einer vermittelnden Ausgleichung bestimmt werden. Das linearisierte Modell lautet dann (vgl. Anhang, Gl. (20)):

$$d + v_d = H p \quad v_d: \text{Restverbesserungen, } H: \text{Koeffizientenmatrix}$$

Für die oben angegebenen Elementarmodelle sind die möglichen Parameter p in Tab. 2 beschrieben und Tab. 3 zeigt, wie die Koeffizientenmatrix H für jeden Punkt besetzt ist.

Tab.2: Parameter der Elementarmodelle

Parameter	Beschreibung
TX	Translation in X-Richtung
TY	Y
TZ	Z
RX	Rotation um die X-Achse
RY	Y
RZ	Z
MX	Längenänderung (Maßstab) in X-Richtung
MY	Y
MZ	Z
MO	Längenänderung (Maßstab) in allen drei Koordinatenrichtungen
SX	Scherung um die X-Achse
SY	Y
SZ	Z
BX	Biegung in X-Richtung
BY	Y
WX	Wölbung (Senkung) in X-Richtung
WY	Y

Tab.3: Besetzung der Koeffizientenmatrix H für dreidimensionale Untersuchung:

Parameter	T	R	M	M	S	B	W
Koord.	X Y Z	X Y Z	X Y Z	X Y Z	X Y Z	X Y	X Y
1 (x)	1 0 0	0 z -y	x 0 0	0 0 x	0 z y	0 0	0 0
2 (y)	0 1 0	-z 0 x	0 y 0	0 y 0	z 0 x	0 0	0 0
3 (z)	0 0 1	y -x 0	0 0 z	0 z z	y x 0	x <sup>2</sup> y <sup>2</sup>	1) 2)

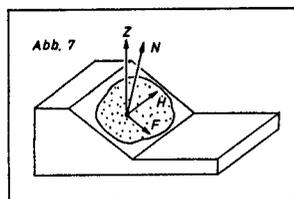
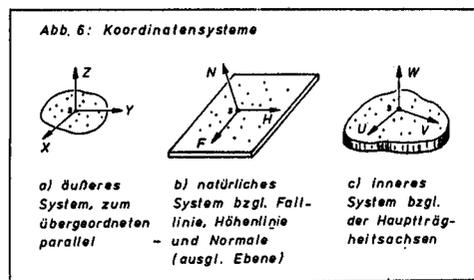
für zweidimensionale Untersuchung:

Parameter	T	R	M	M	S
Koord.	X Y	Z	X Y	O	Z
1 (x)	1 0	-y	x 0	x	y
2 (y)	0 1	x	0 y	y	x

1)  $\exp(\frac{-x^2}{2q_x^2})$ ; 2)  $\exp(\frac{-y^2}{2q_y^2})$ ; 3) MO darf nicht gleichzeitig mit MXYZ auftreten

Da die Modelle in linearisierter Form angesetzt werden, lassen sich die Deformationen aus Einzeldeformationen additiv zusammensetzen, wodurch die einzelnen Parameter fast beliebig kombinierbar sind.

3.3 Durch die Einführung von drei verschiedenen orthogonalen Schwerpunktkoordinatensystemen (s. Abb. 6) ist es möglich, die Eingabe für die Spezifizierung der auszuwählenden Modellparameter noch weiter den anschaulichen Vorstellungen anzupassen. Dazu werden in Tab. 3 die Koordinaten durch die Schwerpunktkoordinaten des jeweiligen Systems ersetzt.



Tab.4: Beispiel für eine Liste von Deformationsmodellen

1	TFZ	Erläuterung: Absenkung
2	TF	Rutschung in Fallrichtung
3	TXYZ	Allgemeine Verschiebung
4	TFH RN	Bewegung
5	TFN RH	Rutschung und Drehung
6	TFZ RH MF	Rutschung, Drehung und Stauchung
7	TFN RHN	Rutschung und Drehung am Hang
8	TF RN MFN SN	Rutschung, Drehung, Stauchung, Scherung
9	MFH SN	Dehnung und Scherung
10	TF RN SN	Rutschung, Drehung und Scherung
11	TF RH MHP	Rutschung, Drehung und Dehnung
12	TF RH MHP SN	Rutschung, Drehung, Dehnung, Scherung

Soll zum Beispiel ein Hang auf Rutschungen untersucht werden, der sich senken, entlang der Falllinie rutschen, drehen kann und gestaucht würde (Abb. 7), dann lautet das dazugehörige Deformationsmodell: 'TFZ, RH, MUV'. Die Eingabe dieses Modells wird vom Rechner für jeden Punkt  $i$  in folgendes mathematisches Modell umgesetzt:

$$\begin{pmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \\ d_{zi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \\ v_{zi} \end{pmatrix} = R_N^0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot p_1 + E \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot p_2 + R_N^0 \cdot \begin{pmatrix} N_i \\ 0 \\ -F_i \end{pmatrix} \cdot p_3 + R_I^0 \cdot \begin{pmatrix} U_i & 0 \\ 0 & v_i \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_4 \\ p_5 \end{pmatrix}$$

$(F_i, H_i, N_i)$ : natürliche Koordinaten des Punktes  $i$

$(U_i, V_i, W_i)$ : innere Koordinaten des Punktes  $i$

$R_N^0, R_I^0$ : Rotationsmatrizen vom natürlichen bzw. inneren ins äußere Koordinatensystem.

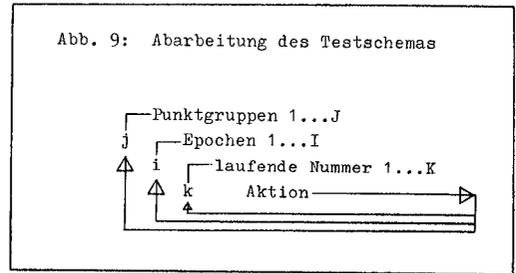
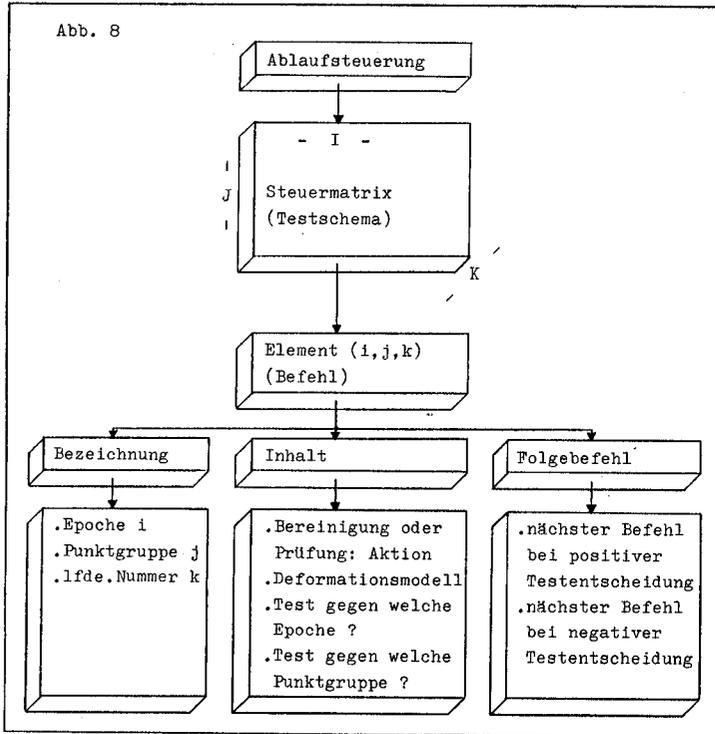
Für die programmtechnische Realisierung wird eine Liste von möglichen Modellen als Datensatz eingegeben (vgl. Tab. 4), wobei jedes Modell aus einzelnen Elementarmodellen (Tab. 1 - 3) zusammengesetzt werden kann und eine eindeutige Nummer (Deformationsmodellnummer) enthält. Auf diese Liste wird bei der Abarbeitung der Ablaufsteuerung (s. Kap. 4) über die Nummer des Deformationsmodells zurückgegriffen.

#### 4. Ablaufsteuerung von außen

4.1 Viele Programme zur Deformationsanalyse haben eine ganz bestimmte, fest vorgegebene Ablaufstruktur, die datenunabhängig durchlaufen wird. Das vereinfacht zwar vorteilhaft die Programmierung, schränkt jedoch die Flexibilität erheblich ein. Ist es dagegen möglich, den Programmablauf durch Daten von außen zu steuern oder sogar einen Ablaufplan direkt einzulesen, so kann dadurch besser auf die vielfältigen Anforderungen der Praxis reagiert werden. Aus diesem Grund wurde bereits bei der Konzeption des Programms DANA vorgesehen, ein Testschema zur Steuerung des Ablaufs von außen als Datensatz einzulesen.

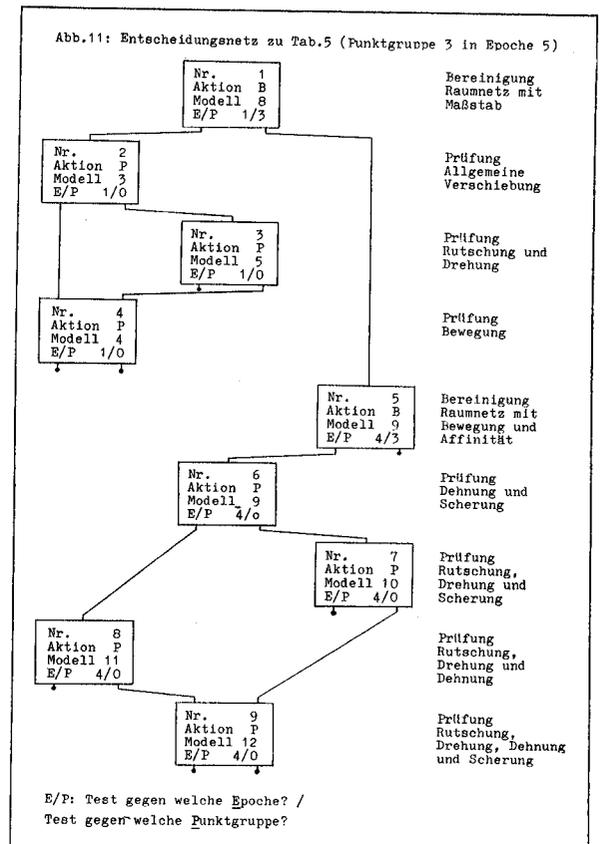
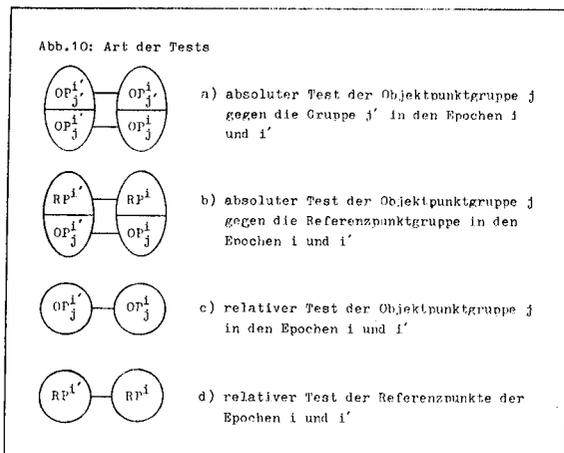
4.2 Für den Aufbau eines durch Daten steuerbaren Ablaufes mußte zunächst die Struktur der Ablaufsteuerung festgelegt werden. Dazu war über Reihenfolge und Art der Abarbeitung der Befehle und über den Aufbau der einzelnen Befehle zu entscheiden. Aus der Art des Problems bot sich eine dreidimensionale Steuermatrix an, die in Zeilen, Spalten, und Ebenen die zu bearbeitende Punktgruppe, Epoche und die laufende Befehlsnummer enthält. Jedes Element dieser Matrix enthält einen Befehl, welcher in die drei Teile, nämlich Bezeichnung, Inhalt und Folgebefehl, gegliedert ist (Abb. 8). Die Abarbeitung erfolgt entsprechend den drei Dimensionen der Steuermatrix in drei ineinanderliegenden Schleifen (Abb. 9). Zuerst wird die zu bearbeitende Punktgruppe, dann die Epoche in aufsteigender Reihenfolge gewählt und die innere Schleife arbeitet schließlich die laufende Nummer ab. Die Abarbeitung der inneren Schleife ist aber abhängig vom dritten Teil des einzelnen Befehls (s. u.).

4.3 Der erste Teil des Befehls dient zu seiner Kennzeichnung, so daß es nicht notwendig ist, die Befehle einer festen Reihenfolge einzugeben. Es bezeichnet die Stelle, an der der Befehl in die Steuermatrix eingetragen wird. Teil zwei des Befehls gibt über den eigentlichen Inhalt des Befehls Auskunft: ob die gewählte Punktgruppe von Ausreißern bereinigt oder das zugehörige Deformationsmodell geprüft werden soll. Außerdem steht im zweiten Teil die Information über die Art des Tests: gegen welche Punktgruppe und gegen welche Epoche zu testen ist (Abb. 10). Der dritte Teil legt die laufende Nummer des nächsten auszuführenden Befehls bei positiver bzw. negativer Testentscheidung des aktuellen Befehls fest. Damit läßt sich die Abarbeitung der inneren Schleife (Abb. 9) steuern und ein datenabhängiges Entscheidungsnetz aufbauen. Bei der Eingabe der einzelnen Befehle werden verschiedene Plausibilitätskontrollen vorgenommen, so daß unmögliche Tests zum größten Teil vermieden werden. Tab. 5 und Abb. 11 zeigen ein Beispiel für die Eingabe eines Testschemas und das zugehörige Ablaufdiagramm (Entscheidungsnetz). Wie man erkennt, sind nur Vorwärtsverzweigungen erlaubt, so daß jeder Befehl nur einmal durchlaufen werden kann und deshalb keine unendlichen Schleifen eingegeben werden können. Dies schließt jedoch nicht aus, daß ein Befehl mit gleichem Inhalt, aber anderer laufender Nummer mehrfach eingegeben werden kann.



Tab.5: Beispiel für Ablaufplan (Ausschnitt für Punktgruppe 3 in Epoche 5)

Punktgruppe	Epoche	laufende Nummer	Aktion	Deformations- oder Datummodellnummer	Test gegen Epoche	Test gegen Punktgruppe	Folgemodell bei positivem	negativem
3	5	1	B	8	1	3	2	5
		2	P	3	1	0	4	3
		3	P	5	1	0	99	4
		4	P	4	1	0	99	99
		5	B	9	4	3	6	99
		6	P	9	4	0	8	7
		7	P	10	4	0	99	9
		8	P	11	4	0	99	9
		9	P	12	4	0	99	99



## 5. Ausblick

5.1 Im vorausgehenden wurde der Aufbau der Deformationsanalyse beschrieben, wie er am Institut für Photogrammetrie in Stuttgart vom Autor in Zusammenarbeit mit W. Förstner realisiert wurde. Er unterscheidet sich in zwei Punkten wesentlich von anderen Konzepten. Durch die Einführung und Untersuchung von in gewissem Rahmen frei definierbaren Deformationsmodellen sind qualitative und quantitative Aussagen über Festkörperbewegungen und Verformungen möglich. Durch die Möglichkeit, einen Ablaufplan einzulesen, kann der Programmablauf an die verschiedenen Anforderungen des Praktikers angepaßt werden und ist damit flexibler. Das Konzept des Programms DANA erlaubt darüber hinaus verschiedene künftige Erweiterungen (Tab. 6).

Tab.6: mögliche Erweiterungen

1. Ergänzung der Deformationsmodelle
2. Erweiterung der Struktur der Befehle des Ablaufplans um bedingte Aktionen
3. Einbau von Sensitivitätsmaßen
4. Optimierung der Punktanordnung
5. Automatische Bestimmung bester Deformationsmodelle
6. Automatische Punktgruppeneinteilung

5.2 Sensitivitätsmaße sind Beurteilungsgrößen, die erlauben, Aussagen über die Aufdeckbarkeit von Deformationen aufgrund der gegebenen Daten zu treffen. Dazu gehören auch Maße, die es ermöglichen, die Trennbarkeit von verschiedenen Deformationsmodellen bei gleichen Ausgangsdaten zu beurteilen. Das Ergebnis von Sensitivitätsanalysen sind Regeln, die angeben, welche Meßgenauigkeit, Punktzahl und Punktanordnung notwendig ist, um vermutete Deformationen nachweisen zu können. Damit wird es möglich sein, die oft gegensätzlichen Anforderungen aus Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit bis zu einem gewissen Grad zu optimieren. Außerdem sind die Sensitivitätsmaße dazu geeignet, die automatische Suche nach dem 'besten' Deformationsmodell zu programmieren. Das beste Modell ist hier jene Zusammensetzung von Elementarmodellen aus der möglichen, noch erweiterbaren Palette, welche die Restverbesserungen minimiert. Schließlich muß der Bearbeiter derzeit die Einteilung des Punktfeldes in Punktgruppen noch selbst vornehmen. Auch hier wäre eine Automatisierung denkbar (Förstner u. Werner 1985). Gerade in diesem Fall ist es aber notwendig, das Wissen des Bearbeiters über das Objekt weitergehend zu verarbeiten, als es derzeit geschieht.

## 6. Literatur

- /1/ Förstner, W., Werner, H. (1985): Programmgesteuerte Deformationsanalyse; Zeitschrift f. Vermessungswesen, Stuttgart
- /2/ Gründing, L., Neureither, M., Bahndorf, J. (1985): Deformationsanalyse und S-Transformation; Zeitschrift f. Vermessungswesen 4/85, S. 151-160, Stuttgart
- /3/ Illner, I. (1983): Freie Netze und S-Transformation; Allgemeine Vermessungsnachrichten 5/83, S. 157-170, Karlsruhe
- /4/ Niemeier, W. (1976): Grundprinzip und Rechenformeln einer strengen Analyse geodätischer Deformationsmessungen; in VII. Intern. Kurs f. Ingenieurvermessungen hoher Präzision; Institut für Geodäsie, TH Darmstadt
- /5/ Richter, D. (1976): Allgemeine Geologie; insbesondere Kap. III.1 Tektonik; de Gruyter, Berlin/New York
- /6/ Welsch, W. (1982): Zur Beschreibung homogenen Strains oder einige Betrachtungen zur affinen Transformation; Zeitschrift für Vermessungswesen 5/82, S. 173 - 1982, Stuttgart
- /7/ Welsch, W. (Hrsg.) (1983): Deformationsanalysen '83 Beiträge zum Geodätischen Seminar; Schriftenreihe Heft 9, wiss. Studiengang Vermessungswesen, HS der Bundeswehr, München
- /8/ Werner, H. (1984): Deformationsanalyse mit Hilfe der photogrammetrischen Blocktriangulation; Arbeitsbericht zum DFG-Projekt Fo 131/1 Deformationsanalyse; Institut für Photogrammetrie, Universität Stuttgart

### Zusammenfassung

Der Aufbau der Deformationsanalyse durch Untersuchung der Koordinatendifferenzen auf Einzelverschiebungen läßt sich in zwei Punkten wesentlich erweitern. Zum einen sind durch die Einführung von Deformationsmodellen qualitative und quantitative Aussagen über Starrkörperbewegungen und Verformungen möglich. Andererseits kann durch die Möglichkeit, mit einem Analyseprogramm einen Ablaufplan einzulesen, die Flexibilität gegenüber den vielfältigen Anforderungen des Anwenders bedeutend erhöht werden. Mit dem Programm DANA zur Deformationsanalyse, das hier vorgestellt wird, sind außerdem Untersuchungen zur Sensitivität (der Aufdeckbarkeit von Deformationen) und zur Optimierung der Punktanordnung hierzu möglich.

A PROGRAM FOR DEFORMATION ANALYSIS: PROGRAM STRUCTURE, DEFORMATION MODELS AND SEQUENTIAL CONTROL

### Abstract

The structure of deformation analysis by investigation of the coordinate differences with regard to single point movements can be essentially extended in two directions. First the introduction of deformation models allows qualitative and quantitative statements for rigid body movements and distortions of the body. Second the possibility of reading in a test schedule increases the flexibility for a lot of user requirements. The hereby presented computer program DANA allows as well investigations of the sensitivity and the therefore necessary optimization of the point distribution.

Dipl.-Ing. Hans Werner  
Robert-Stolz-Str. 13  
D-7910 Neu-Ulm

7. Anhang

Bereinigung von Punktgruppen:

• Summen der Verbesserungsquadrate  $\Omega_{(i)}$ ,  $\Omega_{(j)}$  der Epochen  $i$  und  $j$  mit den Freiheitsgraden (Redundanzen)  $f_i$  und  $f_j$ :

(1)  $\Omega_{(i)} = v_{(i)}^T \cdot P_{ii} \cdot v_{(i)}$   $v_{(i)}, v_{(j)}$ : Vektor der Versserrungen der Beobachtungen

(2)  $\Omega_{(j)} = v_{(j)}^T \cdot P_{jj} \cdot v_{(j)}$   $P_{ii}, P_{jj}$ : Gewichtsmatrizen der Beobachtungen

$f_i, f_j$ : Redundanzen aus der Einzelausgleichung der Epochen  $i$  und  $j$

• Koordinatendifferenzvektor  $d$  und Gewichtsmatrix  $P_{dd}$

(3)  $d = \hat{x}_{(j)} - \hat{x}_{(i)}$   $\hat{x}_{(i)}, \hat{x}_{(j)}$ : Vektoren der ausgeglichenen Koordinaten

(4)  $Q_{dd} = Q_{xx}^{(i)} + Q_{xx}^{(j)}$   $Q_{xx}^{(i)}, Q_{xx}^{(j)}$ : Kofaktormatrizen der Koordinatenvektoren

(5)  $\begin{vmatrix} P_{dd} & R \\ R^T & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Q_{dd} & G \\ G^T & 0 \end{vmatrix}^{-1}$   $G$ : Datumsmatrix, zur Besetzung von  $G$   
vgl. Gründing et al. (1985) bzw. Illner (1983)

• Quadratsumme der Differenzen  $\Omega_d$  mit dem Freiheitsgrad  $f_d$ :

(6)  $\Omega_d = d^T \cdot P_{dd} \cdot d$   $n_{\text{pkte}}$ : Anzahl beteiligter Punkte

(7)  $f_d = (n_{\text{pkte}} - n_{\text{elim}}) \cdot n_{\text{dim}} - n_{\text{dat}}$   $n_{\text{elim}}$ : Anzahl vorab eliminierter Punkte

$n_{\text{dim}}$ : Netzdimension 1, 2 oder 3

$n_{\text{dat}}$ : Anzahl der Datumparameter (Spaltenzahl von  $G$ )

• Testgröße  $TG$  für Globaltest:

(8)  $TG = \frac{\Omega_d \cdot (f_i + f_j)}{f_d \cdot (\Omega_{(i)} + \Omega_{(j)})}$

• Globaltest (Bereinigung, Teil 1):

(9)  $\left. \begin{array}{l} H_0: \text{keine Einzelpunktverschiebungen} \\ \quad \text{in der betrachteten Punktgruppe} \\ H_0 \text{ annehmen falls gilt:} \\ TG < F(\alpha, f_d, (f_i + f_j)) \end{array} \right\} \begin{array}{l} H_0: \text{Nullhypothese} \\ F(\dots): \text{Fisher-Quantil zum Signifikanzniveau } \alpha \\ \quad \text{(z. B. 0.95) mit den Freiheitsgraden } f_d \text{ und} \\ \quad \text{(} f_i + f_j \text{)} \end{array}$

• Aufteilung von  $d$  und  $P_{dd}$  in  $n^{-1}$  'feste' Punkte und den zu untersuchenden ('beweglichen') Punkt  $b$ :

(10)  $d = \begin{vmatrix} d_f \\ d_b \end{vmatrix}$

$$(11) \quad P_{dd} = \begin{vmatrix} P_{ff} & P_{fb} \\ P_{bf} & P_{bb} \end{vmatrix}$$

• Transformation der Aufteilung (vgl. z. B. Niemeier (1976)):

$$(12) \quad \bar{d}_b = d_b + P_{bb}^{-1} \cdot P_{bf} \cdot d_f$$

$$(13) \quad \bar{P}_{ff} = P_{ff} - P_{fb} \cdot P_{bb}^{-1} \cdot P_{bf}$$

• Quadratsumme der Differenzen der 'festen' ( $\Omega_f$ ) und des beweglichen Punktes ( $\Omega_b$ ) mit den Freiheitsgraden  $f_f$  und  $f_b$ :

$$(14) \quad \Omega_f = d_f^T \cdot \bar{P}_{ff} \cdot d_f$$

$$(15) \quad \Omega_b = \bar{d}_b^T \cdot P_{bb} \cdot \bar{d}_b \quad \text{Probe: } \Omega_d = \Omega_f + \Omega_b$$

$$(16) \quad f_f = f_d - n_{dim}$$

$$(17) \quad f_b = n_{dim}$$

• Testgröße TE für den Einzelpunkttest:

$$(18) \quad TE = \frac{\Omega_b \cdot f_f}{f_b \cdot \Omega_f}$$

• Einzelpunkttest für den Punkt mit maximaler Testgröße TE (Bereinigung, Teil 2):

$$(19) \quad \left. \begin{array}{l} H_0: \text{für den betrachteten Punkt liegt} \\ \text{keine Einzelpunktverschiebung vor} \\ H_0: \text{annehmen falls gilt:} \\ TE < F(\alpha, f_b, f_f) \end{array} \right\}$$

Prüfung von Deformationsmodellen:

• Deformationsmodell (linearisiert):

$$(20) \quad d + v_d = H \cdot p \quad \begin{array}{l} H: \text{Koeffizientenmatrix} \\ p: \text{Vektor der unbekanntten Modellparameter} \end{array}$$

• Schätzung der unbekanntten Modellparameter  $\hat{p}$  (Algorithmus der vermittelnden Ausgleichung):

$$(21) \quad \hat{p} = (H^T \cdot P_{dd} \cdot H)^{-1} \cdot (H^T \cdot P_{dd} \cdot d)$$

• Quadratsumme der Verbesserungen der Differenzen  $\Omega_v$  und Quadratsumme der geschätzten Parameter  $\Omega_p$  mit den Freiheitsgraden  $f_v$  und  $f_p$ :

$$(22) \quad \Omega_v = v_d^T \cdot P_{dd} \cdot v_d \quad v_d: \text{Verbesserungsvektor der Koordinatendifferenzen aus dem Modell (20)}$$

$$(23) \quad f_v = f_d$$

$$(24) \quad \Omega_p = p^T \cdot (H^T \cdot P_{dd} \cdot H) \cdot p$$

$n_p$ : Anzahl der unbekannt Parameter

$$(25) \quad f_p = n_p$$

• Testgrößen TV und TP für Test des Deformationsmodells:

$$(26) \quad TV = \frac{\Omega_v \cdot (f_i + f_j)}{f_v \cdot (\Omega_{(i)} + \Omega_{(j)})}$$

$$(27) \quad TP = \frac{\Omega_p \cdot (f_i + f_j)}{f_p \cdot (\Omega_{(i)} + \Omega_{(j)})}$$

• Test des Deformationsmodells (Prüfung):

$$(28) \quad \left| \begin{array}{l} H_0: \text{keine Deformationen liegen vor} \\ H_0 \text{ annehmen falls gilt:} \\ TV < F_{(\alpha_v, f_v, (f_i + f_j))} \text{ und gleichzeitig} \\ TP < F_{(\alpha_p, f_p, (f_i + f_j))} \end{array} \right|$$

• geschätzte Verschiebungen und Restverbesserungen:

$$(29) \quad \hat{d} = H \cdot p$$

$$(30) \quad \hat{v}_d = \hat{d} - d$$